

Maak elke opgave op een apart vel, voorzien van je naam.

Op vel 1: naam, studentnummer, adres, postcode, woonplaats en studierichting.

De onderdelen van een opgave zijn meestal onafhankelijk van elkaar op te lossen. Als je een bepaald onderdeel niet kunt oplossen probeer dan toch het vervolg van de opgave.

### Opgave 1

Een satelliet draait in een cirkelvormige baan om de aarde. De straal van de baan is  $R$ .

a. Laat zien dat de totale energie van deze satelliet geschreven kan worden als:

$$E = -\frac{k}{2R}, \text{ en leg uit wat } k \text{ voorstelt}$$

Voor een ellipsvormige baan geldt een zeer vergelijkbare relatie, namelijk  $E = -\frac{k}{2a}$ .

b. Leg uit wat met  $a$  bedoeld wordt.

Een andere satelliet S, met een massa van 2500 kg, draait rond de aarde in een ellipsvormige baan. In het verste punt (het apogeum) is de hoogte boven het aardoppervlak 3600 km, in het dichtstbijzijnde punt (het perigeum) is de hoogte boven het aardoppervlak 1100 km.

c. Bereken de totale energie van de satelliet S.

d. Bereken de snelheid van de satelliet in het apogeum.

e. Bereken de snelheid waarmee deze satelliet gelanceerd moet worden om in zijn baan te komen.

Gegeven:  $M_{\text{aarde}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$ ,  $R_{\text{aarde}} = 6,40 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

### Opgave 2

Een massieve cilinder met massa  $M$  en straal  $R$  rolt zonder te glijden van een hellend vlak. De hellingshoek van het vlak is  $\alpha$ .

a. Leid, met behulp van de methode van de onbepaalde vermenigvuldigers, de bewegingsvergelijking af voor deze cilinder.

De massieve cilinder blijkt in werkelijkheid een rol papier te zijn. Bij het beginpunt van de helling blijft de buitenste laag papier aan de helling kleven en de rol rolt dus af bij het omlaag bewegen.

b. Beredeneer of de rol onder deze omstandigheden, en aannemend dat er geen wrijvingskrachten tussen de papierlagen van belang zijn, eerder of later onder aan het hellend vlak aankomt in vergelijking met de situatie dat de rol intact blijft.

### Opgave 3

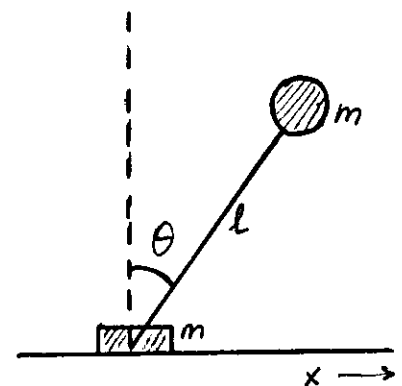
Een kogel met massa  $m$  is via een massalooze staaf met een lengte  $l$  scharnierend verbonden met een blokje, eveneens met een massa  $m$ , dat wrijvingsloos over het horizontale vlak kan bewegen.

Vanuit de verticale stand wordt de kogel een klein beetje uit zijn evenwicht gebracht.

a. Bereken de kinetische en de potentiële energie van het geheel als functie van de hoek  $\theta$ , de hoeksnelheid  $\dot{\theta}$  en de snelheid  $\dot{x}$ .

b. Toon met behulp van de Lagrange vergelijkingen aan dat er behoud is van impuls in de horizontale richting.

c. Bereken de hoeksnelheid vlak voor de kogel de grond raakt.



z.o.z.!

#### Opgave 4

Een voorwerp met massa  $M$  hangt aan een touw met lengte  $l$ . Wanneer dit voorwerp uit de evenwichtsstand wordt getrokken zal dit voorwerp een slingering gaan uitvoeren. De trillingstijd kan berekend worden met :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{Mgl}}$$

- a. Onder welke voorwaarde kan deze formule voor de trillingstijd vervangen worden door de formule voor de trillingstijd voor een zogenaamde eenvoudige slinger.

Indien het ophangpunt van het voorwerp zich niet in het zwaartepunt bevindt, geldt voor het traagheidsmoment in het ophangpunt :  $I = I_c + Ml^2$ .

Hierbij is  $l$  de afstand tussen het ophangpunt en het zwaartepunt en  $I_c$  het traagheidsmoment door het zwaartepunt.

- b. Welke voorwaarde geldt er volgens de regel van Steiner voor de afstand  $l$ ?

Aan een draadje met lengte  $r = 3$  cm hangt een dunne schijf met straal  $r$ . De afstand van het ophangpunt tot het midden van de schijf is dan 6 cm. De schijf heeft een massa van 0,5 kg.

- c. Bereken de trillingstijd als we ervan uitgaan dat de massa geconcentreerd zit in het zwaartepunt.  
d. Bereken de echte trillingstijd.

#### Opgave 5

Een massa  $M$  hangt aan een touw. Wanneer deze massa uit de evenwichtsstand wordt getrokken zal de massa een slingering uitvoeren. Bij het heen en weer bewegen zal:

- a. de draai-impuls en de lineaire impuls behouden blijven  
b. alleen de draai-impuls behouden blijven  
c. alleen de lineaire impuls behouden blijven  
d. geen van de twee impulsen behouden blijven.

Geef een duidelijke toelichting bij je keuze.

Puntenverdeling:

1a-2, 1b-1, 1c-2, 1d-3, 1e-3.

2a-6, 2b-4.

3a-4, 3b-3, 3c-3.

4a-2, 4b-2, 4c-2, 4d-2.

5 antw.-2, uitleg-4.